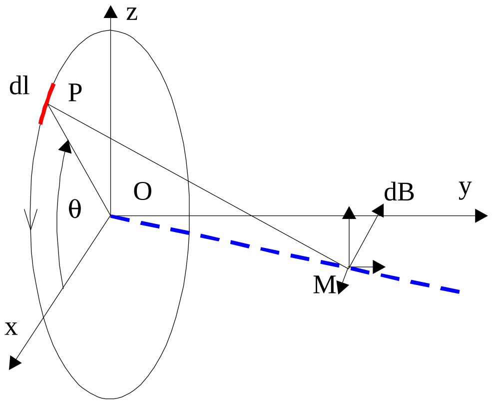
Induction créée par une bobine circulaire

On considère une spire de rayon R parcourue par un courant I. On désire tracer les lignes d'induction magnétique de cette spire dans le plan xOy qui est ici un plan de symétrie.

L'élément de courant **dl** autour de P induit en M du plan xOy une induction :



$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\overrightarrow{dl} \wedge \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

On pose :

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y\vec{j}$$
$$\overrightarrow{OP} = R\cos\theta.\vec{i} + R\sin\theta.\vec{k}$$
$$\overrightarrow{dl} = R.d\theta.\vec{u}$$

Par raison de symétrie il est évident que la résultante des composantes Bz est nulle.

Si l'on pose : $H = x^2 + y^2 + R^2$ et $K = 2Rx/H$, on a :

$$B_x = \frac{\mu_0 IRy}{2\pi H^{3/2}}\int_0^{\pi}\frac{\cos\theta d\theta}{(1-K\cos\theta)^{3/2}}$$

$$B_y = \frac{\mu_0 IR}{2\pi H^{3/2}}\int_0^{\pi}\frac{(R-x\cos\theta)d\theta}{(1-K\cos\theta)^{3/2}}$$

Il faut donc calculer des intégrales de type :

$$E_1 = \int_0^{\pi}\frac{\cos\theta d\theta}{(1-K\cos\theta)^{3/2}} = \int_0^{\pi}F1(\theta)d\theta$$

$$\text{et } E_2 = \int_0^{\pi}\frac{d\theta}{(1-K\cos\theta)^{3/2}} = \int_0^{\pi}F2(\theta)d\theta$$

Ce sont des intégrales de Bessel qui doivent être calculées numériquement.

Pour tracer les lignes de champ, le programme calcule les composantes Bx et By en un point M de coordonnées x et y ; on passe de ce point au point suivant en écrivant que ses coordonnées sont $x' = x + k*Bx/\|\mathbf{B}\|$ et $y' = y + k*Bx/\|\mathbf{B}\|$. Ainsi la direction du trait est celle de l'induction et sa longueur est proportionnelle à la valeur de B. On tient compte des symétries du problème pour faire le tracé. Le programme permet au choix d'obtenir le tracé de l'induction créée par une spire ou bien celui de l'induction créée par deux bobines identiques parcourues par des courants de même sens et de même intensité placées en position de Helmoltz. Dans ce cas les deux bobines sont parallèles à l'axe Ox et leurs centres sont placés en (0, a) et (0, –a) avec 2a = R. On constate que le champ obtenu entre les bobines est relativement uniforme. Les cas de 4 bobines identiques a aussi été envisagé.