Condensateur sphérique

Le condensateur est constitué par une armature interne de rayon R_1 portée au potentiel zéro et d'une armature externe de rayon R_2 portée au potentiel V_0. Les lignes de champ sont radiales. L'armature interne porte sur sa face externe la charge –Q et par influence la face interne de l'armature externe porte une charge +Q. Sa face externe porte une charge q. Si C est la capacité du condensateur, on peut écrire Q = C.V_0

Le champ électrique étant nul à l'intérieur de la sphère interne, son centre est au potentiel zéro.

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_1}{r_i}$$

$$0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-Q}{R_1} + \frac{Q+q}{R_2}\right)$$

On peut donc écrire : $Q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}V_0 \qquad et \quad q = 4\pi\varepsilon_0 R_2 V_0$

On en déduit la valeur de la capacité du condensateur $C = 4\pi\varepsilon_0\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$

Calcul du champ électrique le long de Ox.

Entre 0 et R_1 le champ est nul.

Entre R_1 et R_2 le champ électrique à même valeur que si la charge est concentrée en O. $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-Q)}{r^2} = -\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}\frac{V_0}{r^2}$

Au-delà de R_2 le champ est donné par $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qR_2}{r^2}$

On peut aussi utiliser le fait que le flux du champ à travers une sphère de rayon r centrée sur O est ϕ = E.S = E.4π.r^2 et que d'après le théorème de Gauss Φ = Q / ϵ_0

Calcul du potentiel le long de Ox

Le potentiel est égal à la circulation du champ dV = -E.dx

Entre 0 et R_1 le potentiel est nul.

Entre R_1 et R_2 on tire $V = \int_{R1}^{r}\frac{R_1R_2V_0}{R_2-R_1}\frac{dr}{r^2} = \frac{R_1R_2V_0}{R_2-R_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{r}\right)$

Au-delà de R_2 le potentiel est donné par $V = \int_r^{\infty} E.dr = \frac{R_2V_0}{r}$