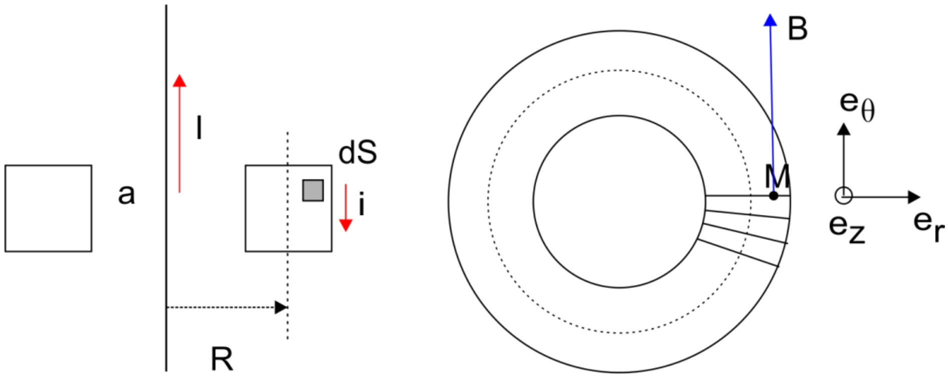
Pince ampèremétrique

La pince ampèremétrique est un dispositif qui permet de mesurer de fortes intensités en offrant l'avantage de ne pas avoir à ouvrir le circuit à étudier. Cet instrument à été inventé en 1930 par les ingénieurs de la société Chauvin-Arnoux. Le fil à étudier est placé au centre d'un tore (celui-ci peut s'ouvrir d'où le nom de pince). Autour du tore de section carrée de coté a et de rayon moyen R on enroule N spires de fil conducteur.
Le bobinage est fermé par un ampéremètre et la résistance totale du circuit est r.

Quand un courant $I = I_0.\cos(\omega t)$ circule dans le fil, il induit dans le bobinage un courant $i = i_0.\cos(\omega t + \phi)$



Principe de fonctionnement

Calcul de l'inductance du tore.

Le tore est parcouru par un courant i. Tous les plans contenant l'axe du tore sont des plans de symétrie et B_M est normal à ce plan et $\vec{B}_M = B(r,z).\vec{e}_\vartheta$.

On applique le théorème d'Ampère sur un cercle de cote z et de rayon R. les valeurs de l'induction à l'intérieur et à l'extérieur du tore valent :

$$\vec{B}_{\text{int}} = \frac{\mu_0 N.i}{2\pi R}.\vec{e}_\theta \qquad \vec{B}_{ext} = 0$$

Le flux de B à travers une spire du tore vaut :

$$d\varphi = \vec{B}.d\vec{S} \quad \varphi = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi}\int_{R-\frac{a}{2}}^{R+\frac{a}{2}} \frac{dr}{R}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dz = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi}.a.\ln\frac{R+a/2}{R-a/2} = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi}.a.K$$

Le flux total dans le tore est $\Phi = N\varphi = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi}K$

L'inductance de tore est donc $L = \Phi/i = k.N^2$

Calcul de la mutuelle Fil – tore

L'induction crée par le fil vaut $\vec{B}_F = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e}_\vartheta$

Le flux de B_F dans une spire est $\varphi = \iint \frac{\mu_0 I}{2\pi r}dr.dz = \frac{\mu_0 I}{2\pi}a.K$

Soit pour N spires $\Phi = \frac{\mu_0 Na}{2\pi} K.I = M.I$ et M = k.N = L / N.

Calcul du courant induit

Soit I l'intensité dans le fil et i le courant induit dans le tore.

Le flux dans le tore est : $\Phi = \Phi_{propre} + \Phi_{induit} = Li + MI$

La loi de Lenz donne : $e = -\left(L\frac{di}{dt} + M\frac{dI}{dt} \right) = r.i$ Donc $i + \frac{L}{r}\frac{di}{dt} = -\frac{M}{r}\frac{dI}{dt}$

On suppose que I = I_0.cos(ωt) et on utilise la notation complexe.

$$i^* + \frac{L}{r}\frac{di^*}{dt} = -\frac{M}{r}\frac{dI^*}{dt} \qquad i^* + \frac{L}{r} j\omega i^* = -\frac{M}{r} j\omega I^*$$

$$i^* = \frac{jM\omega I^*}{r + jL\omega} \qquad i = \frac{M\omega I_0}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - arctg\,\frac{L\omega}{r} \right)$$

$$\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - arctg\,\frac{L\omega}{r} \right) = \sin\left(\omega t - arctg\,\frac{L\omega}{r} \right) = -\cos\left(\omega t + arctg\,\frac{r}{L\omega} \right)$$

On suppose que $L\omega << r \quad soit \quad r^2 + L^2\omega^2 \approx L^2\omega^2$

$$i \approx -\frac{M}{L} I_0 \cos(\omega t) = -\frac{1}{N} I_0 \cos(\omega t)$$

On mesure donc $i = \frac{I_0}{N}$