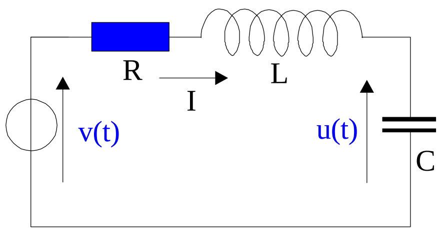
Circuit RLC série excité

Equations du circuit

On considère un circuit R, L, C série excité par une tension v(t) *périodique*. On étudie la tension u(t) aux bornes du condensateur. A chaque instant, on a les équations :



$$i = \frac{dQ}{dt} = C\frac{du}{dt} \qquad v = R.i + L\frac{di}{dt} + \frac{Q}{C}$$

$$v = RC.\frac{du}{dt} + LC\frac{d^2u}{dt^2} + u$$

On pose : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $2\lambda = \frac{R}{L}$

On obtient finalement :

$$\boxed{\frac{d^2u}{dt^2} + 2\lambda\frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 v}$$

λ = est le coefficient d'amortissement et ω_0 sa pulsation propre.

Cette équation est celle d'un **oscillateur harmonique** que l'on retrouve dans de nombreux domaines de la physique. (voir l'**oscillateur harmonique** en mécanique).

Les solutions analytiques du **régime libre** sont connues :

- Pour les amortissements faibles, la solution est de la forme : $u = A.e^{-\lambda t}.\cos(\Omega.t + \varphi)$
$\Omega^2 = \omega_0^2 - \lambda^2$ est la pseudo-pulsation. (A et φ dépendent des conditions initiales)
- Pour l'amortissement critique ($\lambda = \omega_0$) la solution est : $u = (At + B).e^{-\lambda t}$
- Pour les amortissements forts, la solution est de la forme : $u = A.e^{\alpha t} + B.e^{\beta t}$

Régime forcé

La solution générale de l'équation dépend de la nature de l'excitation et des conditions initiales.

Excitation sinusoïdale :

Après un certain temps (durée du **régime transitoire**), fonction des paramètres du système, le régime libre est complètement amorti et on n'observe plus que le **régime forcé ou permanent**. Les caractéristiques du système oscillant n'interviennent plus que sur l'amplitude de u(t). On peut faire l'étude du régime permanent en utilisant les impédances complexes qui permettent de remplacer l'équation différentielle (domaine temporel) par un polynôme (domaine fréquentiel).

Autres formes d'excitation :

Si la tension excitatrice ou sa dérivée ne sont pas continues, le régime libre est relancé à chaque discontinuité.

Simulation numérique

La résolution numérique de l'équation différentielle permet la visualisation les phénomènes transitoires en fonction des différents paramètres. On suppose que le condensateur est déchargé à l'instant t initial. On pourra étudier l'influence de l'amortissement du circuit, de la fréquence de l'excitation et la forme de la tension appliquée au circuit.