Le circuit RLC série en régime sinusoïdal

Pour l'étude du circuit en **régime permanent**, on utilise la représentation complexe.
L'impédance du circuit est égale à :

$$Z = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = R\left(1 + j\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)\right)$$

On pose : $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$; $Q = \dfrac{L\omega_0}{R}$; $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

Il vient : $\dfrac{L\omega}{R} = \dfrac{Q\omega}{\omega_0} = Qx$; $\dfrac{1}{C} = L\omega_0^2 \dfrac{1}{RC} = Q\omega_0^2 \dfrac{1}{RC\omega} = \dfrac{Q}{x}$

On caractérise le circuit par : **Q son facteur de qualité et ω_0 sa fréquence propre.**
Ce changement de variable permet d'écrire l'impédance sous la forme suivante :

$$Z = R\left[1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)\right] = Z_0 \cos\varphi + jZ_0 \sin\varphi$$

On en déduit si *l'origine des phase est le courant* :

$$\operatorname{tg}\varphi = Q\left(x - \frac{1}{x}\right) \quad ; \quad Z_0 = R\sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} \quad ;$$

L'intensité du courant dans le circuit est donc $I(t) = U(t)/Z_0$

Pour **$x = 1$**, I présente un maximum $I_M = U/R$. Il y a alors **résonance en courant**. Si toutes choses égales par ailleurs, on diminue R, on augmente la valeur de Q ainsi que l'acuité de la résonance en courant.

Soient $V_C = U_C.\cos(\omega t + \varphi_C)$ et $V_L = U_L.\cos(\omega t + \varphi_L)$ les valeurs des tensions aux bornes du condensateur et de l'inductance. On peut écrire que :

$$U_C = Z_C.I = I/C\omega = I.RQ/x.$$

$$U_L = Z_L.I = IL\omega = I.RQx.$$

$$U_L = \frac{QxU}{\sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} \quad ; \quad U_C = \frac{QU}{x.\sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$$

Pour chercher le maximum de U_L, on calcule sa dérivée :

$$\frac{dU_L}{dx} = \frac{Q\sqrt{1 + Q^2(x - 1/x)^2} - \dfrac{Q^3x(2x - 2/x^3)}{2\sqrt{1 + Q^2(x - 1/x)^2}}}{1 + Q^2(x - 1/x)^2}$$

Le numérateur s'annule si : $1 - 2Q^2 + 2Q^2/x^2 = 0$ soit pour : $x^2 = \dfrac{2Q^2}{2Q^2 - 1}$

Il faut que $2Q^2 - 1 > 0$ soit $Q > 1/\sqrt{2}$. On a alors : $x_L = \dfrac{Q\sqrt{2}}{\sqrt{2Q^2 - 1}} > 1$

Un calcul identique pour U_C donne un maximum pour $x_C = 1/x_L$.

Le circuit RLC série présente **trois fréquences réduites caractéristiques x_C, 1 et x_L** qui se confondent quand Q est grand.
x_C et x_L correspondent à des surtensions aux bornes du condensateur et de l'inductance : ce sont les **résonances en tension**.
Pour x= 1 ($\omega = \omega_0$), il y a **résonance en courant** dans le circuit.