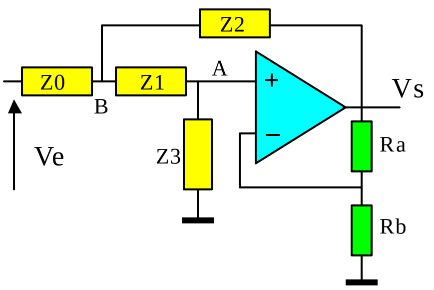
Filtres de Sallen et Kay

Un grand nombre de filtres actifs ont la structure suivante dite de **Sallen et Kay du second ordre**. Les impédances Z_0 à Z_3 sont des résistances ou des condensateurs. L'amplificateur est supposé idéal. On pose $K = (R_a + R_b)/R_b$. La réaction introduite par le pont R_a et R_b étant négative, l'amplificateur fonctionne en régime linéaire et $V^+ = V^-$.



Comme le courant d'entrée de la borne inverseuse est nul, on a :

$$V^- = \frac{R_a V_S}{R_a + R_b} \Rightarrow V^- = V^+ = V_A = \frac{V_S}{K}.$$

Z_1 et Z_3 forment un diviseur de tension idéal et donc :

$$V_B = V_A \frac{Z_1 + Z_3}{Z_3} = \frac{V_S}{K} \frac{Z_1 + Z_3}{Z_3}$$

L'application du théorème de Millman en B donne : $V_B = \dfrac{\dfrac{V_E}{Z_0} + \dfrac{V_A}{Z_1} + \dfrac{V_S}{Z_2}}{\dfrac{1}{Z_0} + \dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_2}}$

En introduisant dans cette relation les valeurs de V_A et de V_B exprimées en fonction de V_S, on tire l'expression de la fonction de transfert du montage :

$$H = \frac{k.Z_2.Z_3}{Z_0.Z_3(1-K) + Z_0(Z_1 + Z_2) + Z_2(Z_1 + Z_3)}$$

Il existe quatre façons d'utiliser ce type de filtre :

– a) En **passe-bas** : $Z_0 = Z_1 = R$; $Z_2 = Z_3 = 1/jC\omega$

– b) En **passe-haut** : $Z_0 = Z_1 = 1/jC\omega$; $Z_2 = Z_3 = R$

– c) En **passe-bande** : $Z_0 = Z_3 = R$; $Z_2 = Z_1 = 1/jC\omega$

– d) En **passe-bande** : $Z_1 = Z_3 = R$; $Z_0 = Z_2 = 1/jC\omega$

Écrivez les fonctions de transfert correspondantes en utilisant la variable réduite $x = RC\omega$. Vérifier que dans les cas *a* et *b* d'une part et *c* et *d* d'autre part la valeur du gain est identique à condition de remplacer x par 1/x.

Selon la valeur de K, l'allure de la courbe de réponse est différente : Pour les cas *a* et *b*, montrer que la valeur $K_0 = 1,586$ (soit : $3 - \sqrt{2}$) est une valeur de transition. Pour $K = K_0$, on a un filtre de Butterworth (réponse plate avant la coupure), pour $K > K_0$ un filtre de Chébycheff (oscillation avant la coupure).

Pour K = 1, on a $R_1 = 0$ et R_2 = ¥ ; l'amplificateur fonctionne alors en suiveur.

Dans ce cas, on utilise aussi le filtre avec des valeurs différentes des condensateurs. Par exemple pour un passe-bas dont la fréquence de coupure est $\omega_0 = 1/RC_0$, on prend :

$Z_2 = 1,414.C_0$ et $Z_3 = 0,707.C_0$ (Butterworth)
$Z_2 = 3,103.C_0$ et $Z_3 = 0,456.C_0$ (Chébycheff)

En **haute fréquence**, il est nécessaire de tenir compte du fait qu'un amplificateur opérationnel réel se comporte comme un circuit passe-bas du premier ordre car son produit gain bande passante est constant. Au-delà de la fréquence de coupure de l'amplificateur, la fonction de transfert réelle est égale au produit de la fonction de transfert du filtre par celle de l'amplificateur.